Eksamen MAT 1011 Matematikk 1P Høsten 2013

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 **(1 poeng)**

Per har lest 150 sider i en bok. Dette er 30 % av sidene i boka.

Hvor mange sider er det i boka?

Går «veien om 1»:

$$1\% = \frac{150}{30} = 5$$

$$100\% = 5 \cdot 100 = 500$$

Det er 500 sider i boka

Oppgave 2 **(1 poeng)**

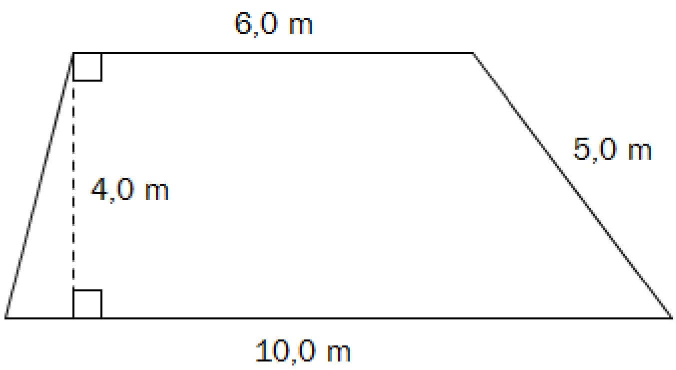
På et kart er avstanden fra et punkt *A* til et punkt *B* 2,0 cm. I virkeligheten er avstanden i luftlinje mellom disse to punktene 10 km.

Bestem målestokken til kartet.

$$2cm : 10km$$
$$2cm : 1000000cm$$
$$1cm : 500000cm$$

Målestokken til kartet er 1 : 500 000

Oppgave 3 **(2 poeng)**



Et område har form som vist på figuren ovenfor.

Bestem arealet av området.

Formelen for areal av trapes er $A = \dfrac{(a+b)\cdot h}{2}$

Vi får da:

$$A = \frac{(10{,}0 + 6{,}0)\cdot 4{,}0}{2}$$

$$A = \frac{16\cdot 4}{2}$$

$$A = 32$$

Arealet er 32 cm^2

Oppgave 4 **(2 poeng)**

Et år hadde Ole en reallønn på 500 000 kroner. Konsumprisindeksen dette året var 130.

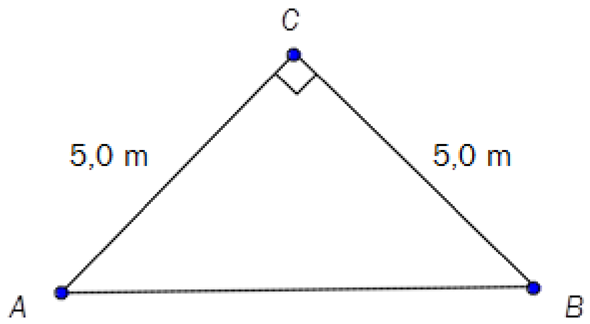
Bestem den nominelle lønna til Ole dette året.

$$\text{Nominell lønn} = \frac{\text{reallønn}}{100}\cdot \text{konsumprisindeks}$$

$$\text{Nominell lønn} = \frac{500000}{100}\cdot 130 = 650000$$

Den nominelle lønna til Ole dette året var 650 000 kr

Oppgave 5 **(2 poeng)**



Et område har form som vist på figuren ovenfor.

Avgjør ved regning om avstanden fra *A* til *B* er lengre enn 7,0 m.

Bruker Pytagoras setning:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$
$$AB^2 = 5{,}0^2 + 5{,}0^2$$
$$AB^2 = 25 + 25$$
$$AB^2 = 50$$
$$AB = \sqrt{50}$$

$\sqrt{49} = 7{,}0$, så $\sqrt{50} > 7{,}0$

<u>Avstanden frå *A* til *B* er lengre enn 7,0 m</u>

Oppgave 6 **(2 poeng)**

Skriv av, gjør beregninger, og sett inn tallene som mangler i hver av linjene:

15 m^3 = $15000 dm^3 = 15000$ L

4,2 h = 4 h og 12 min fordi $60 \cdot 0{,}2 = 12$

Oppgave 7 **(3 poeng)**

Sammenhengen mellom maksimal puls M (antall slag/min) og alder A (antall år) er gitt ved formelen

$$M = 211 - 0{,}64 \cdot A$$

a) Hva er maksimal puls til en person som er 20 år, ifølge formelen ovenfor?

$$M = 211 - 0{,}64 \cdot 20$$
$$M = 211 - 12{,}8$$
$$M = 198{,}2$$

<u>Maksimal puls til en person som er 20 år er 198 slag/min</u>

Svein har en maksimal puls på 179 slag/min.

b) Hvor gammel er Svein ifølge formelen ovenfor?

Jeg snur først rundt på formelen:

$$M = 211 - 0{,}64 \cdot A$$

$$0{,}64 \cdot A = 211 - M$$

$$A = \frac{211 - M}{0{,}64}$$

Jeg setter så inn $M = 179$ og får:

$$A = \frac{211 - 179}{0{,}64}$$

$$A = \frac{32}{0{,}64}$$

$$A = 50$$

<u>Svein er 50 år gammel ifølge denne formelen</u>

Oppgave 8 **(4 poeng)**

Siv har fire blå og seks svarte bukser i skapet. Én av de blå og tre av de svarte buksene passer ikke lenger.

a) Tegn av tabellen nedenfor, og fyll inn tall i de hvite rutene.

	Blå bukser	Svarte bukser	Sum
Bukser som passer	**3**	**3**	**6**
Bukser som ikke passer	**1**	**3**	**4**
Sum	**4**	**6**	**10**

Siv tar tilfeldig én bukse fra skapet.

b) Bestem sannsynligheten for at buksen passer.

Vi ser at tabellen at hun har 6 bukser som passer, av ti totalt.

$$\frac{6}{10}=0,6$$

Sannsynligheten for at buksen passer er 0,6

Siv har tatt en bukse som passer.

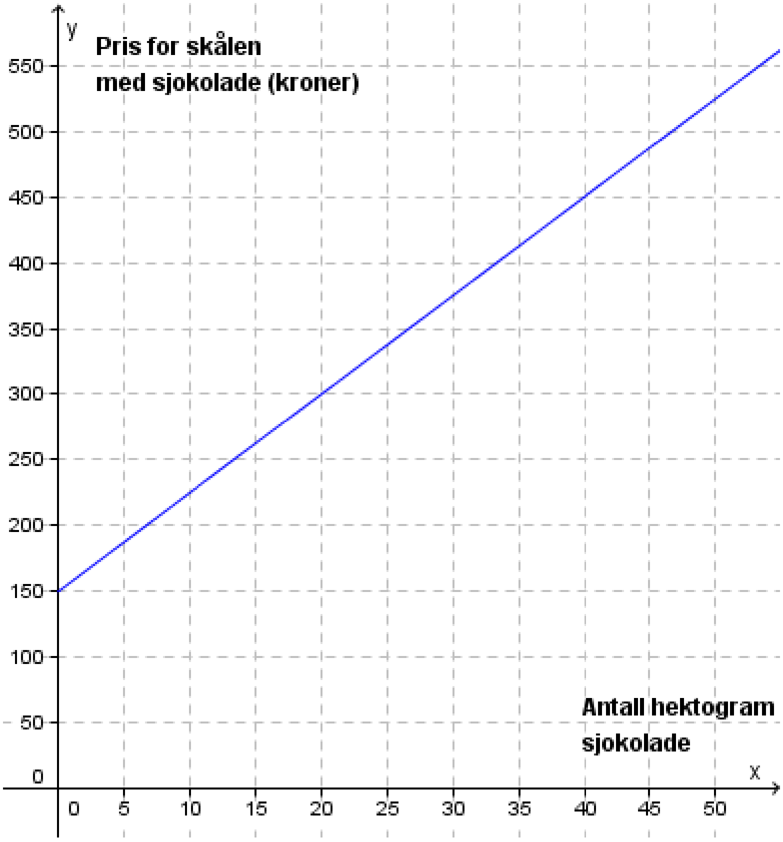
c) Bestem sannsynligheten for at denne buksen er blå.

Vi ser at tabellen at 3 av de 6 buksene som passer er blå.

$$\frac{3}{6}=0,5$$

Sannsynligheten for at denne buksen er blå er 0,5

Oppgave 9 **(3 poeng)**



Terje kjøper en skål og fyller den med sjokolade. Den rette linjen i koordinatsystemet ovenfor viser sammenhengen mellom antall hektogram sjokolade Terje kjøper, og hvor mye han må betale for skålen med sjokolade.

a) Hvor mye koster selve skålen?
Hvor mye koster 1 hg sjokolade?

Vi ser at grafen skjærer y-aksen i 150. Da er skålen tom for sjokolade.

Ellers ser vi at 20 hg koster 300 kr. Trekker vi fra prisen for skålen får vi at 1 hg koster

$$\frac{150kr}{20} = 7,50kr$$

Selve skålen koster 150 kroner. 1 hg sjokolade koster 7,50 kroner

b) Bestem likningen for den rette linjen.

Stigningstallet blir 7,5 og konstantleddet 150.

Likningen for den rette linjen er $y = 7,5x + 150$

Oppgave 10 **(2 poeng)**

KJØTTDEIG	KJØTTDEIG	KJØTTDEIG
400 g	500 g	600 g
24 kroner	30 kroner	36 kroner

Ovenfor ser du hvor mye tre ulike pakker kjøttdeig koster i en butikk.

Er vekt og pris proporsjonale størrelser her?

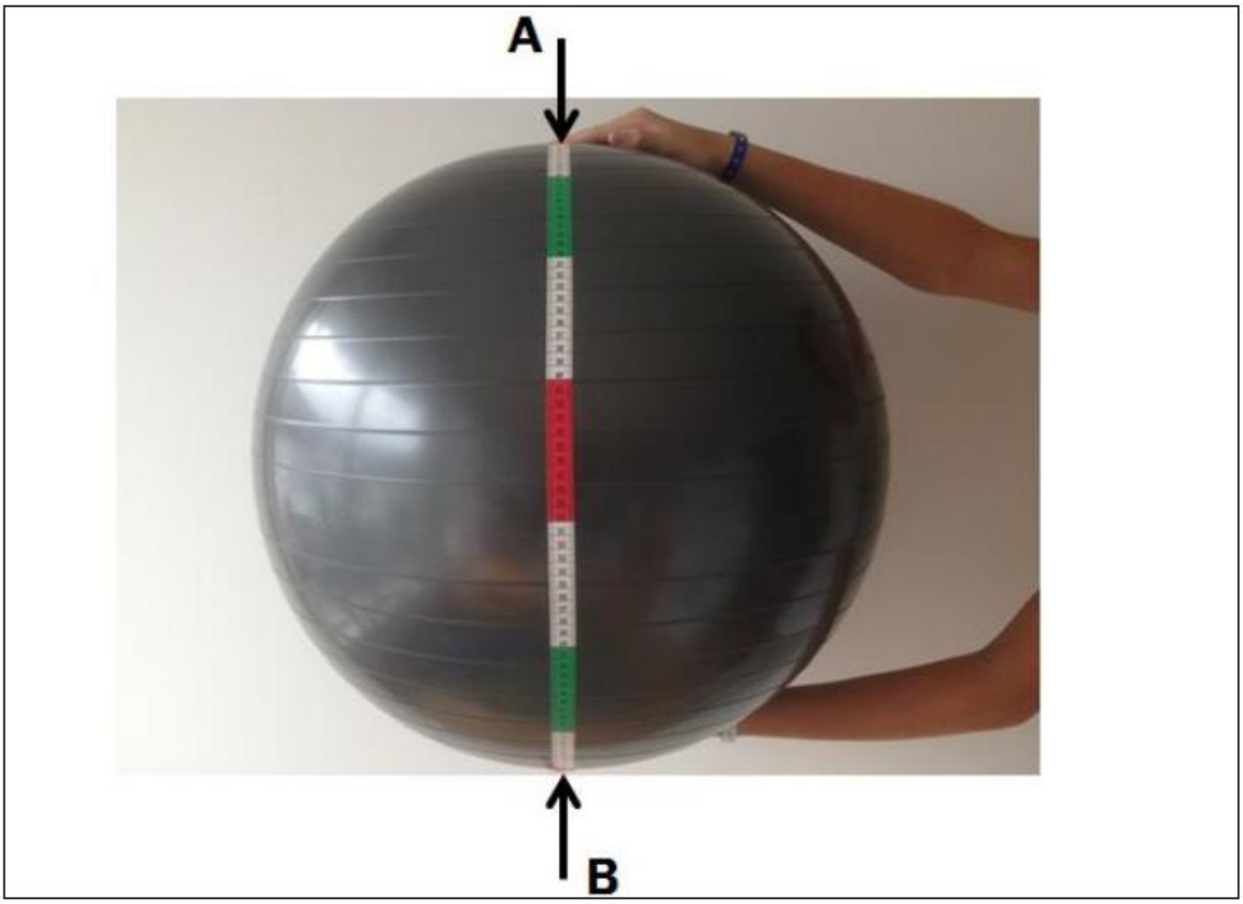
Hvis vekt og pris er proporsjonale størrelser vil det være samme forhold mellom vekt og pris i alle de tre tilfellene.

Den første kjøttdeigen koster 24 kroner for 400 gram. Det betyr at 100 gram koster $\frac{24kr}{4} = 6kr$.

Tilsvarende får vi for de to andre kjøttdeigene $\frac{30kr}{4} = 6kr$ og $\frac{36kr}{6} = 6kr$.

<u>Vekt og pris er proporsjonale størrelser</u>

Oppgave 11 **(2 poeng)**



Maria lurer på hvor stor diameter en ball har. Hun måler langs ballens overflate og finner at det er ca. 100 cm fra *A* til *B*. Se bildet ovenfor.

Gjør overslag, og bestem omtrent hvor stor diameter ballen har.

Dette er halve omkretsen. Det betyr at omkretsen av ballen er ca. 200 cm.

Omkretsen er en sirkel, og formelen for omkretsen av en sirkel er $O = \pi \cdot d$.

Vi får da:

$$d = \frac{O}{\pi}$$

$$d = \frac{200}{3{,}14}$$

Når en skal gjøre overslag ved divisjon bør en runde begge tallene opp eller begge ned. Jeg runder 3,14 ned til 3, og 200 ned til 195, slik at jeg får en heltallig løsning:

$d \approx \frac{195}{3} = 65$

Diameteren er ca. 65 cm

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 **(6 poeng)**

År	2008	2009	2010	2011	2012
KPI	123,1	125,7	128,8	130,4	131,4

Tabellen ovenfor viser konsumprisindeksen (KPI) hvert år fra 2008 til 2012.

a) Hvor mange prosent har konsumprisindeksen økt med i denne perioden?

Konsumprisindeksen har økt med $131,4 - 123,1 = 8,3$ prosentpoeng.

Endring i prosent = $\frac{8,3}{123,1} \cdot 100\ \% = 6,7\ \%$

Konsumprisindeksen har økt med 6,7 %

I 2010 kjøpte familien Johnsen matvarer for 8000 kroner per måned. Vi antar at prisen på disse matvarene har fulgt utviklingen i konsumprisindeksen.

b) Hvor mye betalte familien per måned for tilsvarende matvarer i 2012?

$$pris_{2012} = \frac{indeks_{2012}}{indeks_{2010}} \cdot pris_{2010}$$

$$pris_{2012} = \frac{131,4}{128,8} \cdot 8000$$

$$pris_{2012} = 8161$$

I 2012 betalte familien 8161kr for tilsvarende matvarer

I 2008 var inntekten til familien Johnsen 45 000 kroner per måned. I 2012 var inntekten økt til 49 000 kroner per måned.

c) Gjør beregninger og avgjør om familien hadde større kjøpekraft (bedre råd) i 2012 enn i 2008.

$$\text{reallønn} = \frac{\text{nominell lønn}}{\text{kpi}} \cdot 100$$

$$realønn_{2008} = \frac{45000}{123,1} \cdot 100 = 36556$$

$$reallønn_{2012} = \frac{49000}{131,4} \cdot 100 = 37291$$

Reallønna er høyere i 2012 enn i 2008, så familien har fått økt kjøpekraft

Oppgave 2 **(4 poeng)**

En undersøkelse har vist at 20 % av alle syklistene i en by sykler uten lys i mørket.
Vi velger tilfeldig to syklister fra denne byen.

a) Bestem sannsynligheten for at begge sykler uten lys i mørket.

$$\text{P(begge sykler uten lys)} = 0,20 \cdot 0,20 = 0,04$$

Sannsynligheten for at begge sykler uten lys i mørket er 0,04

b) Bestem sannsynligheten for at nøyaktig én av dem sykler uten lys i mørket.

Denne hendelsen kan inntreffe på to måter: Enten sykler den første uten lys, eller så sykler den andre uten lys.

$$\text{P(nøyaktig én sykler uten lys)} = 2 \cdot 0,20 \cdot 0,80 = 0,32$$

Sannsynligheten for at nøyaktig én av dem sykler uten lys i mørket er 0,32

Oppgave 3 **(4 poeng)**

Øystein har kjøpt bil. Bilen kostet 250 000 kroner. Vi regner med at verdien har sunket, og at den vil fortsette å synke, med 15 % per år.

a) Hvor mye vil bilen være verd om fem år?

Vekstfarten til 15 % nedgang er $1-0{,}15=0{,}85$

Verdi om 5 år = $250000\cdot 0{,}85^5=110926$

Om 5 år er bilen verd ca. 111 000 kr

b) Hvor mye var bilen verd for fem år siden?

Vi får her følgende likning:

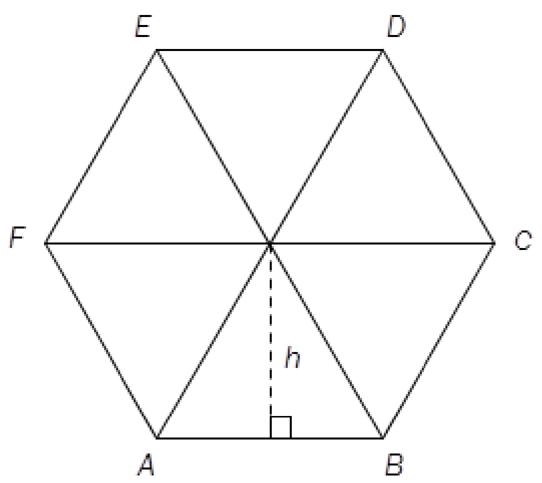
$x\cdot 0{,}85^5=250000$

$$x=\frac{250000}{0{,}85^5}$$

$$x=563437$$

For 5 år siden var bilen verd ca. 563 400 kr

Oppgave 4 **(5 poeng)**



En regulær sekskant er satt sammen av seks likesidede trekanter. Sidene i trekantene er 3,0 cm. Se figuren ovenfor.

a) Bestem $\angle ABC$.

I en likesidet trekant er vinklene like store. Hvis vi lar S være sentrum i sekskanten, har vi at

$$\angle ABS = \angle CBS = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

$$\angle ABC = \angle ABS + \angle CBS = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

Vinkel ABC er 120°

b) Bestem høyden *h* i trekantene ved regning.

Høyden *h* deler linjestykket AB i to like store, rettvinklede trekanter, der den korteste kateten blir 1,5 cm, og hypotenusen er 3,0 cm.

Jeg bruker Pytagoras setning for å finne høyden, som er den lengste kateten i den rettvinklede trekanten.

$$1{,}5^2 + x^2 = 3{,}0^2$$
$$x^2 = 3{,}0^2 - 1{,}5^2$$
$$x = \sqrt{3{,}0^2 - 1{,}5^2}$$
$$x = 2{,}6$$

Høyden i trekanten er 2,6 cm

c) Bestem arealet av sekskanten ved regning.

Arealet av en trekant er gitt ved formelen $A = \dfrac{g \cdot h}{2}$

Hver av de seks trekantene har da arealet $A = \dfrac{3 \cdot 2{,}6}{2} = 3{,}9$

Arealet av hele sekskanten blir da $6 \cdot 3{,}9 = 23{,}4$

Arealet av sekskanten er 23,4 cm^2

Oppgave 5 **(8 poeng)**

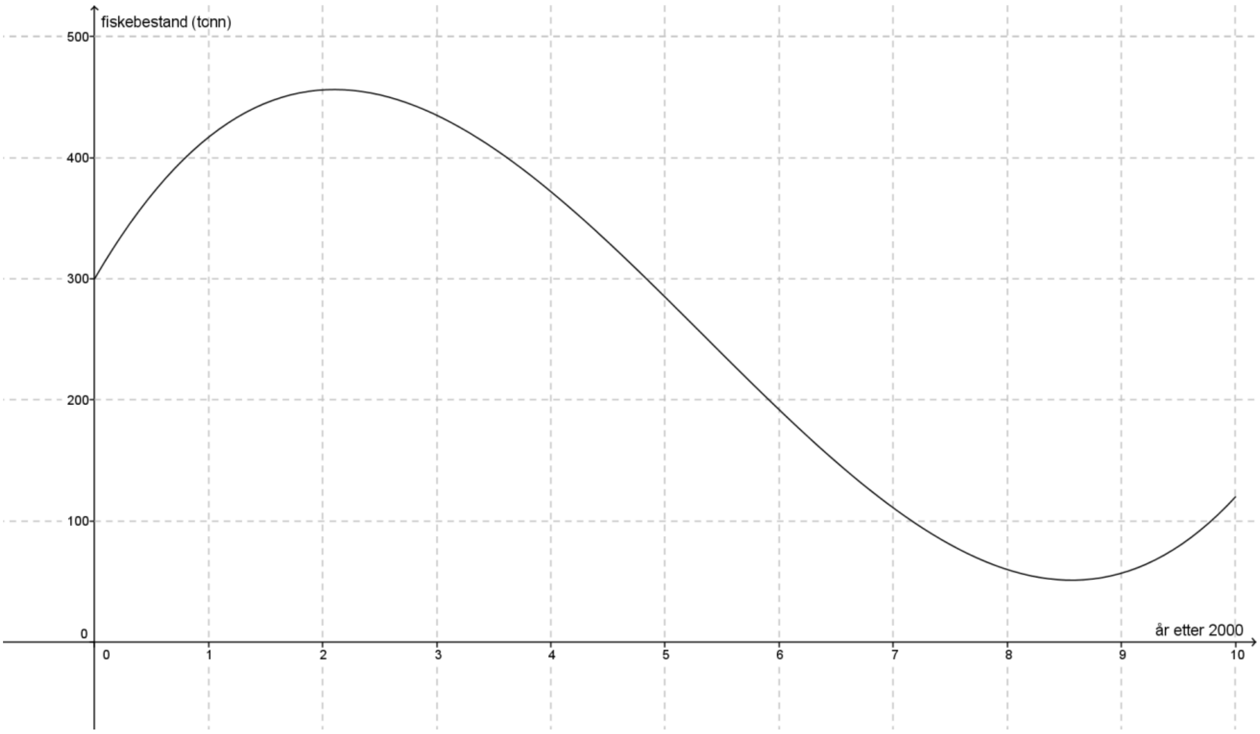
Funksjonen *f* gitt ved

$$f(x) = 3x^3 - 48x^2 + 162x + 300$$

viser hvor mange tonn fisk $f(x)$ det var i en fiskebestand *x* år etter år 2000.

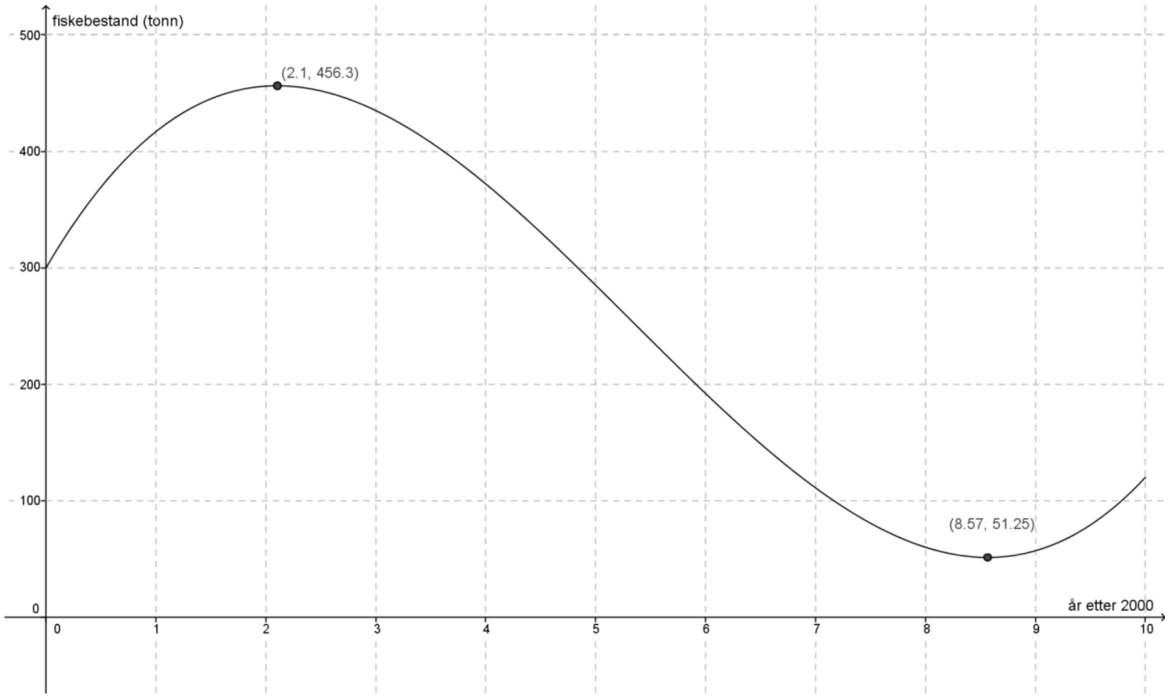
a) Tegn grafen til *f* for $0 \le x \le 10$.

Jeg tegner grafen i GeoGebra:



b) Når var fiskebestanden minst?
Hvor mange tonn fisk var det i fiskebestanden da?

Jeg finner bunnpunktet ved å skrive inn kommandoen *Ekstremalpunkt[f(x)]*, og får da opp punktene (2.1, 456.3) og (8.6, 51,3). Se grafen under.

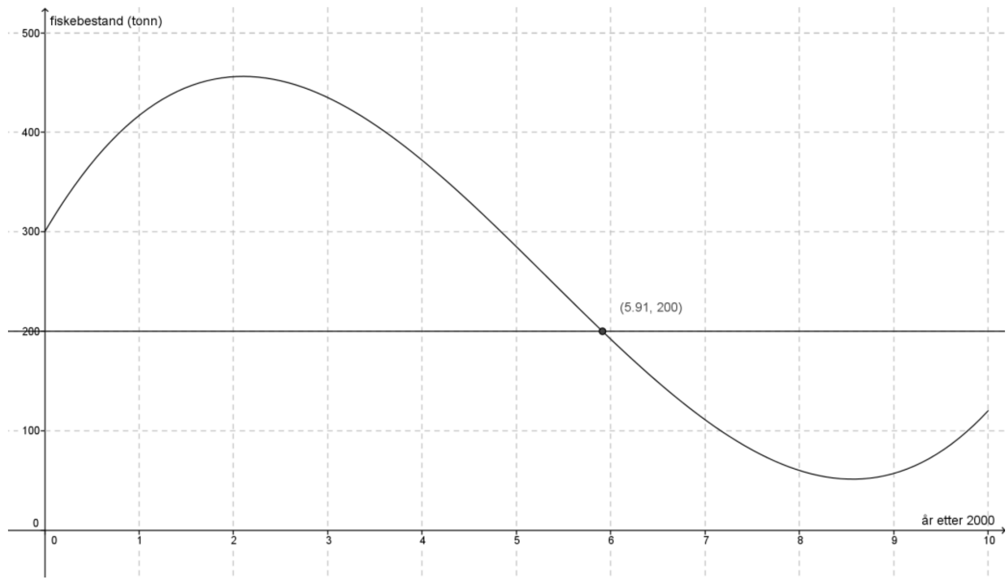


(8.6, 51.3) er bunnpunktet.

<u>Fiskebestanden var minst ca. halvveis ut i 2008, og var da nede i 51,3 tonn.</u>

c) Bestem skjæringspunktet mellom grafen til *f* og linjen med likning $y = 200$.
Hva forteller koordinatene til dette punktent om fiskebestanden?

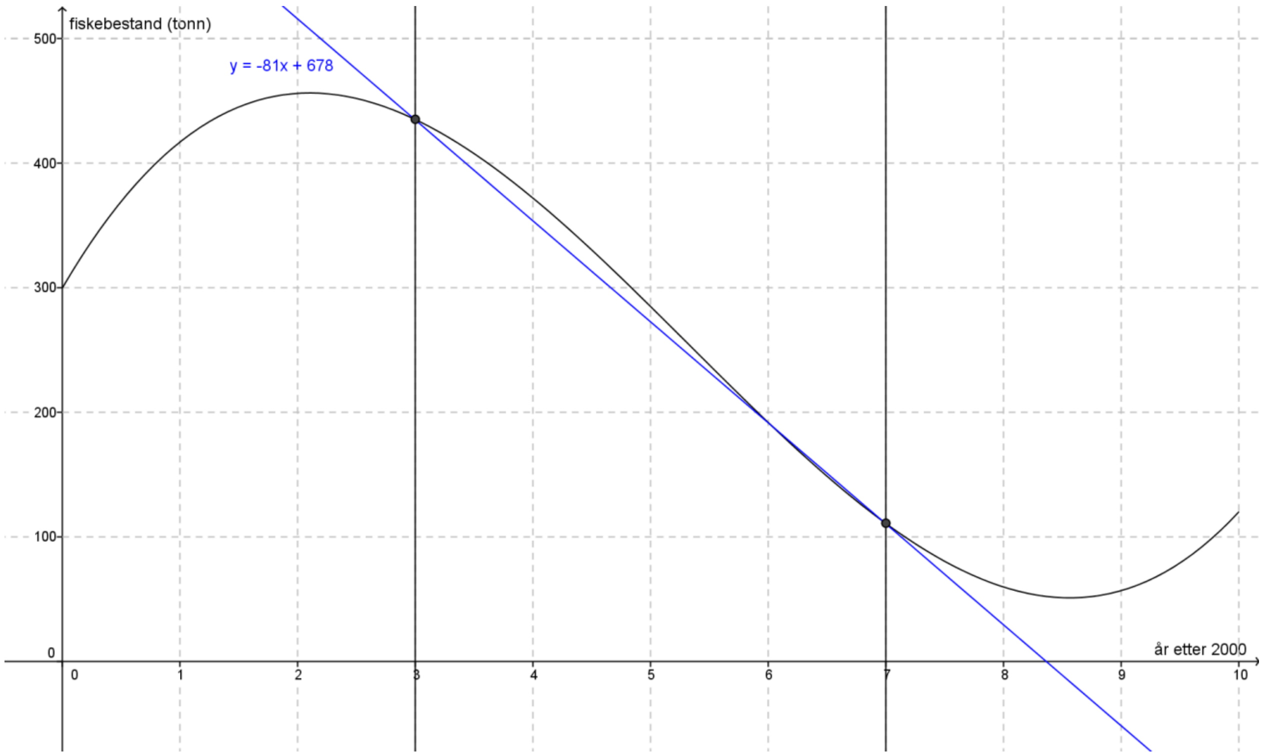
Jeg skriver først *y = 200* i inntastingsfeltet. Deretter trykker jeg på «skjæring mellom to objekt» og trykker på linja *y = 200* og grafen til *f(x)*.



Skjæringspunktet er (5.91, 200). Det betyr at fiskebestanden er på 200 tonn etter nesten 6 år.

d) Hvor stor var den gjennomsnittlige endringen i fiskebestanden per år i perioden 1. januar 2003 – 1. januar 2007?

Jeg løser denne oppgaven grafisk ved å tegne linjene *x = 3* og *x = 7*, og deretter finne skjæringspunktene mellom disse linjene og grafen ved å bruke kommandoen «skjæring mellom to objekt». Deretter tegner jeg ei rett linje mellom de to skjæringspunktene ved å bruke kommandoen «linje mellom to punkt». Se graf under.



Stigningstallet til linja er -81, og dette forteller meg hva den gjennomsnittlige endringen i fiskebestanden per år var i perioden.

Den gjennomsnittlige nedgangen i fiskebestanden i perioden 1. januar 2013 – 1. januar 2007 var 81 tonn per år

Oppgave 6 **(4 poeng)**

Jonny er rørlegger. Han har en timelønn på 215 kroner.

Jonny betaler 2 % av bruttolønna til en pensjonskasse.
I tillegg betaler han hver måned 250 kroner i fagforeningskontingent.

En måned arbeidet Jonny 150 timer.

a) Hvor mye betalte Jonny til pensjonskassen denne måneden?

Brutto lønn = $215 \cdot 150 = 32250$

$32250 \cdot 0,02 = 645$

Jonny betalte 645 kroner til pensjonskassen denne måneden

Jonny har tabelltrekk. Se nedenfor.

Trekktabell 7100 for 2013, månedslønn

Grunnlag	Trekk	Grunnlag	Trekk	Grunnlag	Trekk	Grunnlag	Trekk	Grunnlag	Trekk
30 100	9 294	30 600	9 500	31 100	9 707	31 600	9 914	32 100	10 120
30 200	9 335	30 700	9 542	31 200	9 748	31 700	9 955	32 200	10 162
30 300	9 376	30 800	9 583	31 300	9 790	31 800	9 996	32 300	10 203
30 400	9 418	30 900	9 624	31 400	9 831	31 900	10 038	32 400	10 244
30 500	9 459	31 000	9 666	31 500	9 872	32 000	10 079	32 500	10 286

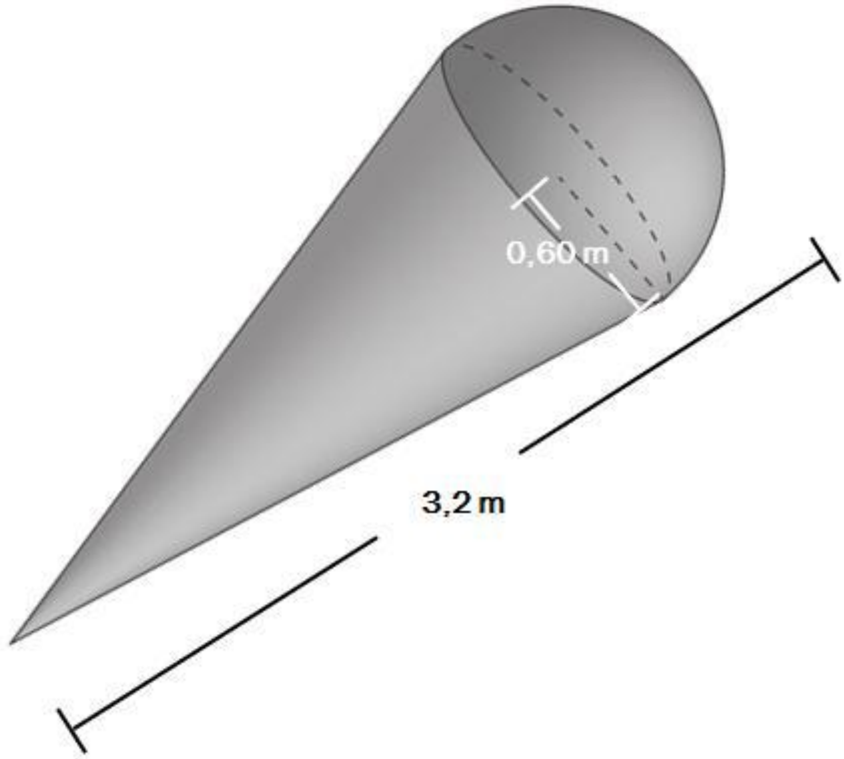
b) Hvor mye betalte han i skatt denne måneden?

Skattegrunnlag: $32250kr - 250kr - 645kr = 31355kr$

Jeg leser av trekket for 31 000 kr i tabellen over.

Jonny betalte 9790 kroner i skatt denne måneden

Oppgave 7 **(5 poeng)**



Tore har laget en stor modell av en kuleis. Modellen har tilnærmet form som en kjegle med en halvkule i enden. Toppen av kjeglen har radius 0,60 m, og modellen er 3,2 m lang. Se skissen ovenfor.

a) Regn ut volumet av modellen.

Formelen for volumet av ei kule er $V_{kule} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

Volumet av ei halvkule blir da $V_{halvkule} = \dfrac{2\pi r^3}{3}$, og vi får:

$$V_{\ halvkule} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}60^3}{3} = 0{,}45$$

Formelen for volumet av en kjegle er $V_{kjegle} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$.

Høyden i kjeglen blir $3{,}2m - 0{,}6m = 2{,}6m$

Vi får da: $V_{kjegle} = \dfrac{\pi \cdot 0{,}60^2 \cdot 2{,}6}{3} = 0{,}98$

Samlet volum blir da: $V = 0,45 + 0,98 = 1,43$

Volumet av modellen er 1,43 m^3

Modellen skal lakkeres. En boks lakk er nok til 2,2 m^2.

b) Hvor mange bokser vil gå med for å lakkere modellen?

Formelen for overflaten av ei kule er $O_{kule} = 4\pi r^2$

Overflaten av ei halvkule blir da $O_{halvkule} = 2\pi r^2$, og vi får:

$O_{halvkule} = 2 \cdot \pi \cdot 0,60^2 = 2,26$

Formelen for overflaten av en kjegle uten bunn er $O_{kjegle} = \pi rs$

Sidekanten i kjeglen finner jeg ved å bruke Pytagoras setning:

$s^2 = 2,6^2 + 0,60^2$

$s = \sqrt{2,6^2 + 0,60^2}$

$s = 2,67$

Overflaten av kjeglen blir da: $O_{kjegle} = \pi \cdot 0,60 \cdot 2,67 = 5,03$

Samlet overflate blir da: $O = 2,26 + 5,03 = 7,29$

Én boks lakk er nok til 2,2 m^2. Det trengs da $\dfrac{7,29}{2,2} = 3,3$ bokser

Det vil gå med 4 bokser for å lakkere modellen

Bildeliste

Fisk:
http://www.imr.no/nyhetsarkiv/2009/august/flere_grunner_til_gode_fiskebestander_i_barentshavet/nb-no (13.1.2013)

Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet