Løsningene er laget av

1P eksamen våren 2016 løsningsforslag

DEL 1
Uten hjelpemidler

Tid: 2 timer
Hjelpemidler: Vanlige skrivesaker, linjal med centimetermål og vinkelmåler er tillatt.

Oppgave 1 (2 poeng)

Ved kommunevalget i høst fikk et politisk parti 4,5 % av stemmene. Ved forrige kommunevalg fikk partiet 3,6 % av stemmene.

a) Hvor mange prosentpoeng har økningen vært på?

Økningen i prosentpoeng er $4{,}5\% - 3{,}6\% = \underline{\underline{0{,}9\%}}$

b) Hvor mange prosent har økningen vært på?

Økningen i prosent er $\frac{0{,}9}{3{,}6} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = \underline{\underline{25\%}}$

Oppgave 2 (1 poeng)

En bensintank har form som et rett, firkantet prisme. Tanken er 40 cm bred, 90 cm lang og 30 cm høy (innvendige mål).

Hvor mange liter rommer tanken?

Vi gjør om målene til dm.

Volumet av tanken er $V = l \cdot b \cdot h = 4\text{ dm} \cdot 9\text{ dm} \cdot 3\text{ dm} = 108\text{ dm}^3 = \underline{\underline{108\text{ L}}}$

Oppgave 3 (2 poeng)

I 2012 var indeksen for en vare 80. Varen kostet da 2 000 kroner. I 2016 var indeksen for varen 60.

Hvor mye ville varen kostet i 2016 dersom prisen hadde fulgt indeksen?
Forholdet mellom indeksene i 2012 og 2016 vil være det samme som forholdet mellom pris i 2012 og 2016, vi setter opp og løser likningen

$$\begin{aligned}\frac{\text{Indeks}_{2012}}{\text{Indeks}_{2016}} &= \frac{\text{Pris}_{2012}}{\text{Pris}_{2016}}\\ \frac{80}{60} &= \frac{2000}{x}\\ x &= \frac{2000\cdot 60}{80}\\ x &= \frac{12000}{8}\\ x &= 1500\end{aligned}$$

Prisen for varen i 2016 ville være 1500 kroner dersom den følger indeksen.

Oppgave 4 (1 poeng)

På et kart er avstanden mellom to byer 12 cm. I virkeligheten er avstanden 240 km. Bestem målestokken til kartet.
Vi setter opp forholdet mellom avstandene og gjør om til samme måleenhet

$$\frac{12\text{ cm}}{240\text{ km}} = \frac{12}{24000000}\text{ cm} = \frac{1}{2000000}\text{ cm}$$

Målestokken til kartet er 1:2 000 000.

Oppgave 5 (1 poeng)

x	2,5	7,5	$\frac{200}{20}=10$
y	50	$7{,}5\cdot 20 = 150$	200

Gitt tabellen ovenfor. x og y er proporsjonale størrelser.

Skriv av tabellen ovenfor i besvarelsen din. Gjør beregninger, og fyll ut tabellen.

Vi finner først proporsjonalitetskonstanten $\frac{50}{2{,}5} = 20$

Regner ut som vist i tabellen.

Oppgave 6 (4 poeng)

En funksjon *f* er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5$$

a) Skriv av og fyll ut verditabellen nedenfor.

Vi setter *x*- verdier inn i funksjonen, og regner ut verdien av $f(x)$.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
F(x)	-7	0	5	8	9	8	5	0	-7

$$f(-2) = -(-2)^2 + 4\cdot(-2) + 5 = -4 - 8 + 5 = -7$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 4\cdot(-1) + 5 = -1 - 4 + 5 = 0$$

$$f(0) = -(0)^2 + 4\cdot(0) + 5 = +5 = 5$$

$$f(1) = -(1)^2 + 4\cdot(1) + 5 = -1 + 4 + 5 = 8$$

$$f(2) = -(2)^2 + 4\cdot(2) + 5 = -4 + 8 + 5 = 9$$

$$f(3) = -(3)^2 + 4\cdot(3) + 5 = -9 + 12 + 5 = 8$$

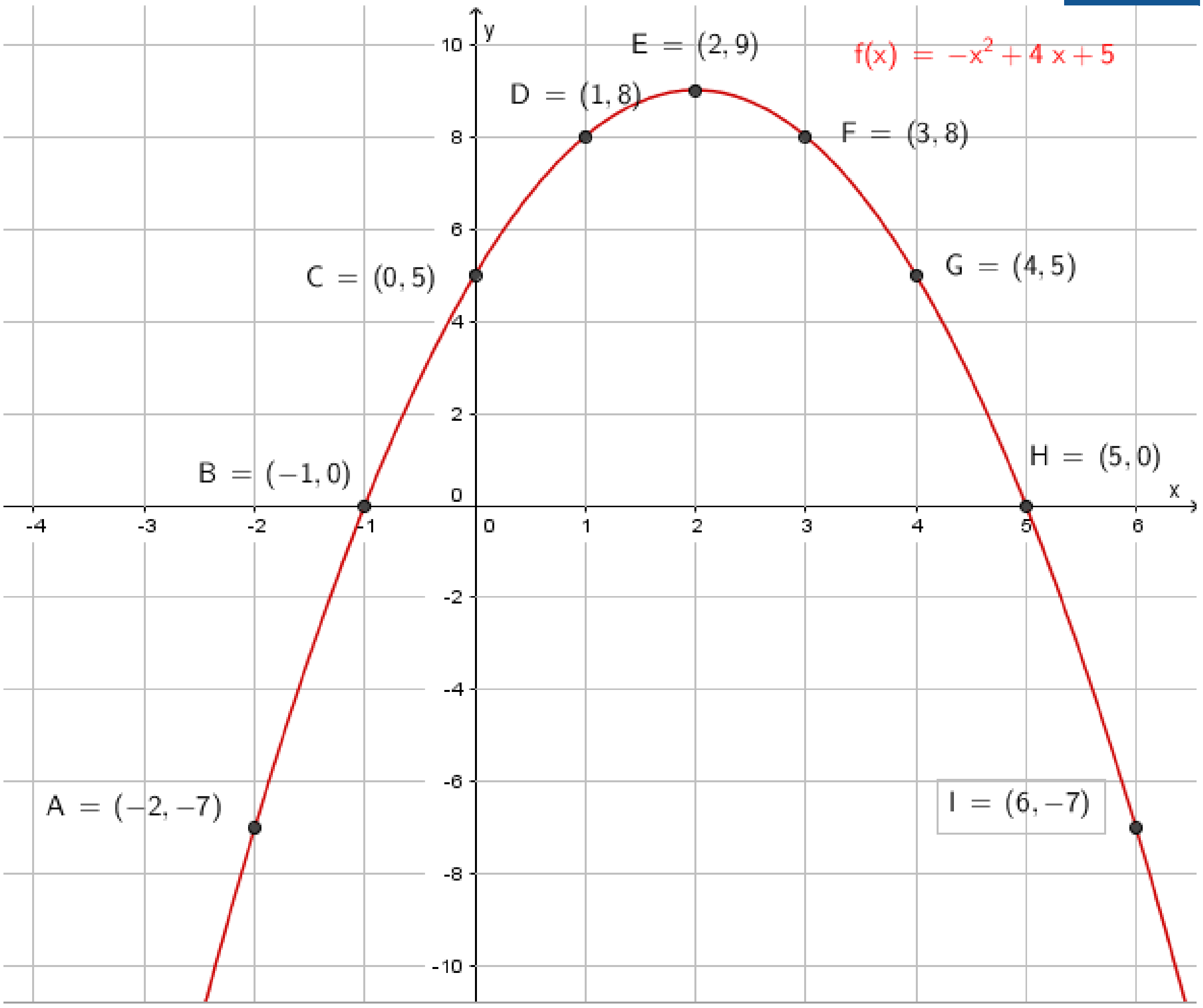
$$f(4) = -(4)^2 + 4\cdot(4) + 5 = -16 + 16 + 5 = 5$$

$$f(5) = -(5)^2 + 4\cdot(5) + 5 = -25 + 20 + 5 = 0$$

$$f(6) = -(6)^2 + 4\cdot(6) + 5 = -36 + 24 + 5 = -7$$

b) Tegn grafen til *f* .

Vi markerer punktene fra tabellen i a) i et koordinatsystem og tegner en kurve gjennom punktene.



$f(x) = -x^2 + 4x + 5$
A = (−2, −7)
B = (−1, 0)
C = (0, 5)
D = (1, 8)
E = (2, 9)
F = (3, 8)
G = (4, 5)
H = (5, 0)
I = (6, −7)
x
y

Oppgave 7 (4 poeng)

Snorre har seks blå og fire rosa ballonger. Han tar tilfeldig tre ballonger.

a) Bestem sannsynligheten for at han tar tre blå ballonger.

Sannsynligheten er $P(3 \text{ blå ballonger}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{5} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

b) Bestem sannsynligheten for at han tar minst én rosa ballong.

Sannsynligheten er $P(\text{Minst én rosa ballong}) = 1 - \frac{1}{6} = \underline{\underline{\frac{5}{6}}}$

c) Bestem sannsynligheten for at han tar én rosa og to blå ballonger.

Det er tre kombinasjonsmuligheter som gir resultatet én rosa og to blå. Han kan trekke den rosa først, i midten eller til slutt.

Sannsynligheten er

$$P(\text{En rosa og to blå}) = \left(\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{4}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{6}{8}\right) = \frac{\cancel{3}(6 \cdot 5 \cdot 4)}{10 \cdot \underset{3}{\cancel{9}} \cdot 8} = \frac{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3}}{\cancel{2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} \cdot 2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Oppgave 8 (3 poeng)

Eirik har vært hos fotografen. Etter fotograferingen får han tilbud om å kjøpe en fotobok. Han kan selv bestemme hvor mange bilder han vil ha med i boken. Tabellen nedenfor viser prisen for fotobøker med 8, 14 og 24 bilder.

Antall bilder i fotoboken (x)	8	14	24
Pris for fotoboken med bilder (y)	1 000 kroner	1 300 kroner	1 800 kroner

Sammenhengen mellom antall bilder og pris kan beskrives ved hjelp av likningen $y = ax + b$ der x er antall bilder i boken og y er prisen.

a) Bestem tallene a og b.

Vi finner stigningstallet a ved å finne ut hvor mye y (prisen) vokser for hver x (antall bilder).

$$a = \frac{1300 - 1000}{14 - 8} = \frac{300}{6} = \underline{\underline{50}}$$

Løser deretter likningen

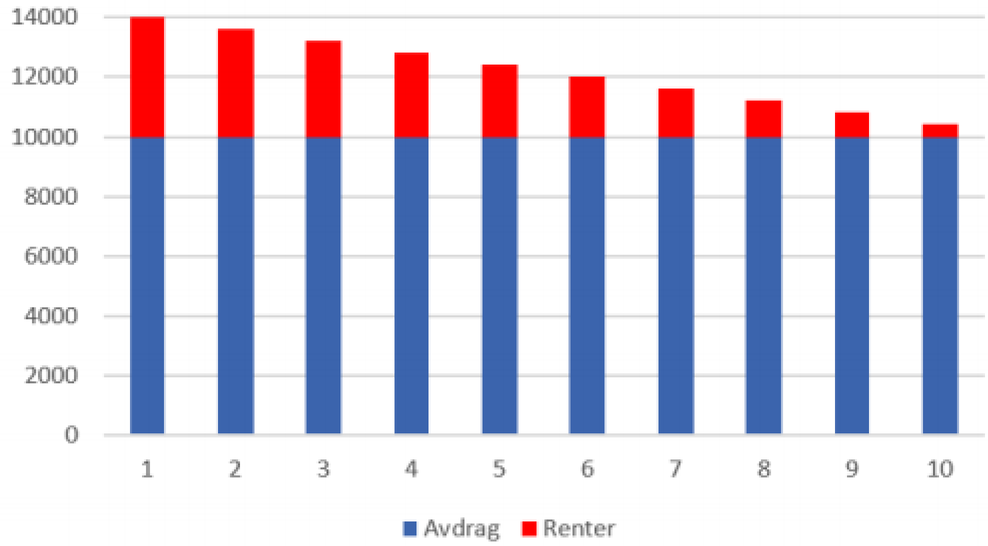
$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 1000 &= 50 \cdot 8 + b \\ b &= 1000 - 400 \\ \underline{\underline{b}} &\underline{\underline{= 600}} \end{aligned}$$

Sammenhengen kan dermed beskrives som $\underline{\underline{y = 50x + 600}}$

b) Gi en praktisk tolkning av tallene a og b i denne oppgaven.

Vi har fått oppgitt at x er antall bilder i boken og y er prisen på fotoboken. Konstantleddet b betyr at fotoboken har en grunnpris på 600 kr. Stigningstallet a betyr at for hvert bilde du vil ha med i boken, øker totalprisen med 50 kr.

Oppgave 9 (3 poeng)



Julie har tatt opp et lån med en fast årlig rente. Lånet skal betales tilbake i løpet av 10 år, med én termin i året. Figuren ovenfor viser nedbetalingsplanen.

a) Er dette et serielån eller et annuitetslån? Begrunn svaret.

Dette er et lån hvor avdragene er like store gjennom hele låneperioden. Rentene blir dermed lavere og lavere. Detter er et serielån.

b) Hvor mange prosent årlig rente betaler Julie på lånet?

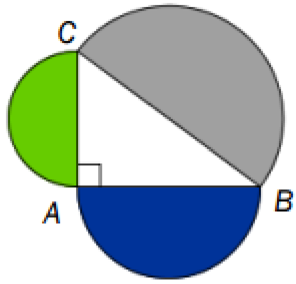
Vi regner først ut det totale lånebeløpet

$10 \text{ terminer} \cdot 10000 \text{ kr/termin} = 100000 \text{ kr}$

Renten første året er $14000 \text{ kr} - 10000 \text{ kr} = 4000 \text{ kr}$

Vi finner årlig rente $\dfrac{4000 \text{ kr}}{100000 \text{ kr}} = 0{,}04 = \underline{\underline{4\%}}$

Oppgave 10 (3 poeng)



Gitt ΔABC slik at $AB = 8$ og $BC = 10$. Se figuren ovenfor.

Vis at arealet av den grønne og den blå halvsirkelen til sammen er like stort som arealet av den grå halvsirkelen.

Vi bruker Pytagoras' læresetning for å finne lengden AC

$$AC^2 + AB^2 = CB^2$$
$$AC^2 = 10^2 - 8^2$$
$$AC = \sqrt{100-64} = \sqrt{36}$$
$$AC = 6$$

Arealet av en halvsirkel er $A = \dfrac{\pi \cdot r^2}{2}$. Vi regner ut arealene av de tre halvsirklene.

$$A_{grønn} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{AC}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{9}{2}\pi$$

$$A_{blå} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{AB}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = \frac{16}{2}\pi = 8\pi$$

$$A_{grå} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{BC}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} = \underline{\frac{25}{2}\pi}$$

$$A_{blå} + A_{grønn} = \frac{9}{2}\pi + 8\pi = \left(\frac{9}{2} + \frac{16}{2}\right)\pi = \underline{\frac{25}{2}\pi}$$

$$\underline{\underline{A_{blå} + A_{grønn} = A_{grå}}}$$

DEL 2
Med hjelpemiddel

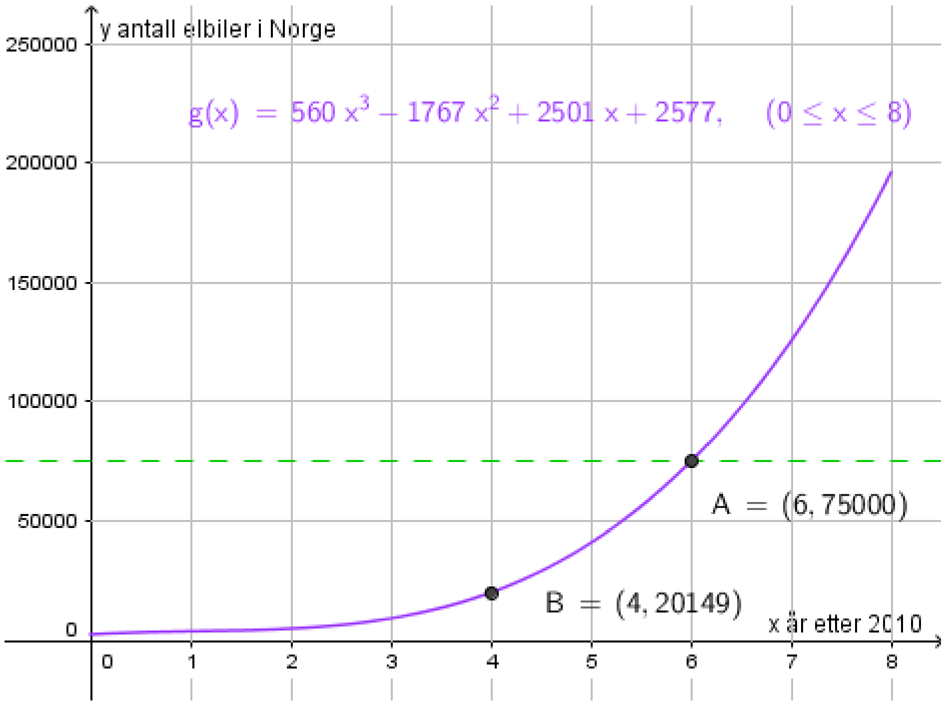
Tid: 3 timer
Hjelpemidler: Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Oppgave 1 (5 poeng)

Anta at antall registrerte elbiler i Norge x år etter 2010 tilnærmet er gitt ved funksjonen g der

$$g(x) = 560x^3 - 1767x^2 + 2501x + 2577 \qquad 0 \le x \le 8$$

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til g.
Vi bruker kommandoen «Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]» og tegner grafen i GeoGebra.



b) Når vil antall registrerte elbiler passere 75 000 ifølge denne funksjonen?

Vi tegner inn linjen $y = 75000$ i koordinatsystemet, og finner skjæringspunktet A mellom linjen og grafen av g med verktøysknappen «Skjæring mellom to objekt». Se figur i a.

Antall registrerte elbiler passerer 75 000 6 år etter 2016, altså i 2016 etter denne modellen.

c) Bestem $g(4)$. Hva forteller denne verdien om antall elbiler?

Vi setter inn punktet B = $(4, g(4))$ på grafen (se a), og finner at $g(4) = \underline{\underline{20149}}$

Dette tallet betyr at i år 2014 vil det etter modellen være omtrent 20 150 elbiler i Norge.

Oppgave 2 (2 poeng)

I 2010 hadde Eirik en nominell lønn på 450 000 kroner. Konsumprisindeksen var da 128,8.

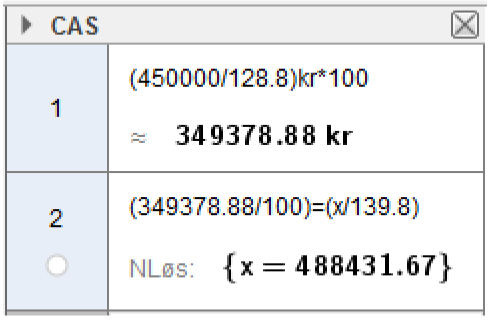
I 2015 var konsumprisindeksen 139,8. Hvor stor måtte den nominelle lønnen til Eirik ha vært i 2015 dersom han skulle hatt like stor kjøpekraft som i 2010?

Forholdet mellom nominell lønn og konsumprisindeks et år er lik forholdet mellom reallønn og konsumprisindeks i basisåret.

$$\frac{\text{reallønn}}{100} = \frac{\text{nominell lønn}}{\text{konsumprisindeks}}$$

Vi regner i CAS GeoGebra at Eiriks reallønn i 2010 er 349 379 kr (linje 1).

For å finne tilsvarende lønn for 2015 løser vi likningen i linje 2 i CAS.



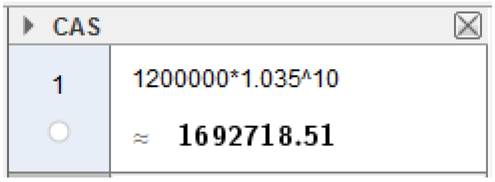
Eiriks nominelle lønn i 2015 bør være omtrent <u>488 430 kroner</u> for at han skal ha den samme kjøpekraften som i 2010.

Oppgave 3 (4 poeng)

Marita driver eget firma. I 2015 hadde hun en omsetning på 1 200 000 kroner. Hun har som mål å øke omsetningen med 3,5 % per år.

a) Hva vil omsetningen hennes bli i 2025 dersom hun klarer dette?

En vekst på 3,5 % tilsvarer en vekstfaktor på 1,035. Vi regner ut omsetningen etter 10 år i CAS i GeoGebra

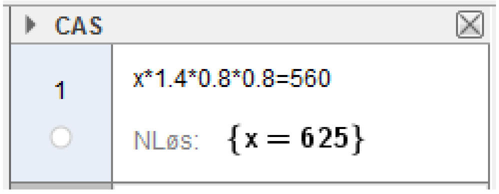


Omsetningen i 2025 må være omtrent 1 690 000 kroner om hun skal nå målsetningen.

Marita endrer prisen på et produkt tre ganger. Først setter hun prisen opp med 40 %. Senere setter hun den ned igjen, først med 20 % og så med 20 % en gang til. Etter disse tre endringene koster produktet 560 kroner.

b) Hvor mye kostet produktet før prisendringene?

Vi setter opprinnelig pris lik x og bruker vekstfaktorer og løser likningen i CAS geogebra



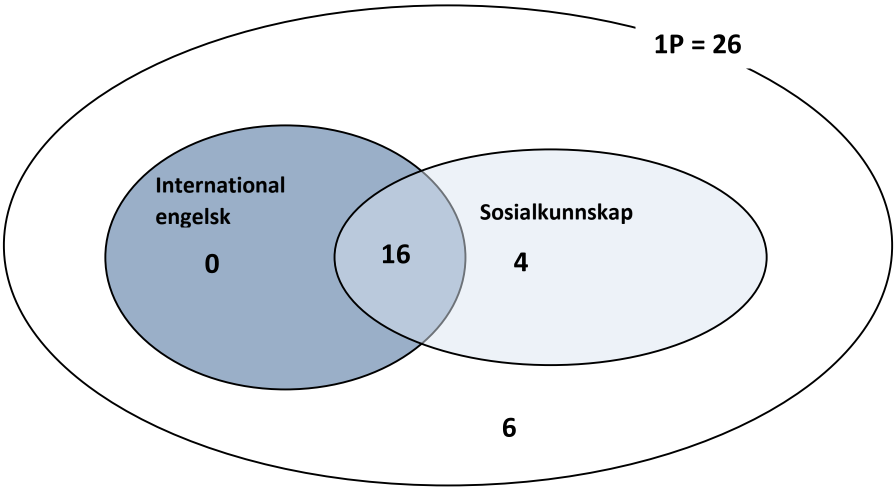
Produktet kostet 625 kroner før Marita endret prisen.

Oppgave 4 (4 poeng)

I en 1P-gruppe er det 26 elever. Elevene har valgt fag for neste skoleår.

- 20 elever har valgt Sosialkunnskap.
- 16 elever har valgt Internasjonal engelsk.
- 6 elever har verken valgt Sosialkunnskap eller Internasjonal engelsk.

a) Systematiser opplysningene i teksten ovenfor i en krysstabell eller i et venndiagram.



Vi setter opp et Venndiagram. Det er til sammen 20 elever som har valgt fagene internasjonal engelsk og sosialkunnskap, med vi har til sammen 20 + 16 valg. Det vil si at $36-20=16$ elever har begge fagene, og vi sitter igjen med $16-16=0$ elever som bare har valgt internasjonal engelsk og $20-16=4$ elever som bare har sosialkunnskap.

b) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev fra gruppen har valgt Sosialkunnskap, men ikke Internasjonal engelsk.

Sannsynligheten er

P(en elev som bare har sosialkunnskap) $= \dfrac{4}{26} = \underline{\underline{0,15}}$

Det viser seg at eleven som er trukket ut, har valgt Internasjonal engelsk.

c) Bestem sannsynligheten for at denne eleven også har valgt Sosialkunnskap.
Sannsynligheten er

$$\text{P(sosialkunnskap og internasjonal engelsk)} = \frac{16}{16} = \underline{\underline{1}}$$

Oppgave 5 (7 poeng)

Fra og med måneden etter at et barn blir født, og til og med måneden før barnet fyller 18, får foreldrene utbetalt barnetrygd. Satsen for barnetrygd har vært 970 kroner per barn per måned siden 1996.

År	KPI
1996	95,3
1997	97,8
1998	100
1999	102,3
2000	105,5
2001	108,7
2002	110,1
2003	112,8
2004	113,3
2005	115,1
2006	117,7
2007	118,6
2008	123,1
2009	125,7
2010	128,8
2011	130,4
2012	131,4
2013	134,2
2014	136,9
2015	139,8

Stian ble født i september 1996.

a) Hvor mye fikk foreldrene hans totalt utbetalt i barnetrygd?
Foreldrene til Stian fikk utbetalt barnetrygd i
12 måneder i 18 år – 1 måned =

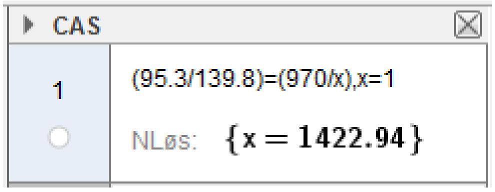
$((12 \cdot 18) - 1)$ måneder $= 215$ måneder

Totalt utbetalt = $214 \cdot 970 \text{ kr} = \underline{\underline{208\ 550 \text{ kr}}}$

Tabellen til høyre viser konsumprisindeksen hvert år fra 1996 til 2015.

Stian mener at satsen for barnetrygd burde vært regulert i samsvar med konsumprisindeksen.

b) Vis at satsen for barnetrygd da skulle vært 1 423 kroner per barn per måned i 2015.
Forholdet mellom indeksene og satsen på barnetrygd skal være den samme. Vi løser likningen i CAS med funksjonen «Løs»



En indeksregulert barnetrygd skulle være 1423 kroner i 2015.

c) Lag et regneark som viser hvor mye Stians foreldre totalt ville fått utbetalt dersom satsen for barnetrygd hvert år hadde blitt regulert i samsvar med konsumprisindeksen.
Vi setter inn årstall og indeks i et regneark, og regner etter følgende formler

	A	B	C	D
1	Årstall	Indeks	Barnetrygd pr måned	Utbetalt til Stians foreldre
2	1996	95,3	970	=3*C2
3	=A2+1	97,8	=970/(B2/B3)	=12*C3
4	=A2+2	100	=970/(B2/B4)	=12*C4
5	=A2+3	102,3	=970/(B2/B5)	=12*C5
6	=A5+1	105,5	=970/(B2/B6)	=12*C6
7	=A5+2	108,7	=970/(B2/B7)	=12*C7
8	=A5+3	110,1	=970/(B2/B8)	=12*C8
9	=A8+1	112,8	=970/(B2/B9)	=12*C9
10	=A8+2	113,3	=970/(B2/B10)	=12*C10
11	=A8+3	115,1	=970/(B2/B11)	=12*C11
12	=A11+1	117,7	=970/(B2/B12)	=12*C12
13	=A11+2	118,6	=970/(B2/B13)	=12*C13
14	=A11+3	123,1	=970/(B2/B14)	=12*C14
15	=A14+1	125,7	=970/(B2/B15)	=12*C15
16	=A14+2	128,8	=970/(B2/B16)	=12*C16
17	=A14+3	130,4	=970/(B2/B17)	=12*C17
18	=A17+1	131,4	=970/(B2/B18)	=12*C18
19	=A17+2	134,2	=970/(B2/B19)	=12*C19
20	=A17+3	136,9	=970/(B2/B20)	=8*C20
21				
22			Sum	=SUMMER(D2:D21)
23				

	A	B	C	D
1	Årstall	Indeks	Barnetrygd pr måned	Utbetalt til Stians foreldre
2	1996	95,3	kr 970,00	kr 2 910,00
3	1997	97,8	kr 995,45	kr 11 945,35
4	1998	100	kr 1 017,84	kr 12 214,06
5	1999	102,3	kr 1 041,25	kr 12 494,98
6	2000	105,5	kr 1 073,82	kr 12 885,83
7	2001	108,7	kr 1 106,39	kr 13 276,68
8	2002	110,1	kr 1 120,64	kr 13 447,68
9	2003	112,8	kr 1 148,12	kr 13 777,46
10	2004	113,3	kr 1 153,21	kr 13 838,53
11	2005	115,1	kr 1 171,53	kr 14 058,38
12	2006	117,7	kr 1 198,00	kr 14 375,95
13	2007	118,6	kr 1 207,16	kr 14 485,88
14	2008	123,1	kr 1 252,96	kr 15 035,51
15	2009	125,7	kr 1 279,42	kr 15 353,07
16	2010	128,8	kr 1 310,98	kr 15 731,71
17	2011	130,4	kr 1 327,26	kr 15 927,14
18	2012	131,4	kr 1 337,44	kr 16 049,28
19	2013	134,2	kr 1 365,94	kr 16 391,27
20	2014	136,9	kr 1 393,42	kr 11 147,37
21				
22			Sum	kr 255 346,14
23				

Stians foreldre ville fått utbetalt 255 346 kroner om barnetrygden indeksreguleres.

Oppgave 6 (5 poeng)

I regnearket nedenfor har vi lagt inn timelønn, skatteprosent og antall timer Sara, Vilde og Peder arbeidet i juli.

	A	B	C	D
1		Sara	Vilde	Peder
2	Antall timer med ordinær timelønn	30	32	28
3	Antall timer med 40 % overtidstillegg	9	7	11
4	Ordinær timelønn	kr 147,00	kr 155,00	kr 152,00
5	Lønn for ordinært arbeid			
6	Lønn for overtidsarbeid			
7	Bruttolønn			
8	Skattetrekk av ordinær lønn (prosent)	12 %	15 %	10 %
9	Skattetrekk av overtidslønn (prosent)	40 %	40 %	40 %
10	Skattetrekk (kroner)			
11	Nettolønn juli			
12	Gjennomsnittlig skatteprosent	20,3 %		

a) Lag et regneark som vist ovenfor. Du skal sette inn formler i de blå cellene og beregne bruttolønn, skattetrekk og nettolønn.
Legger inn verdier og formler i regneark, se oppgave b.

Sara har regnet ut at hun i gjennomsnitt betalte 20,3 % i skatt av bruttolønnen hun hadde i juli. Hun har derfor satt opp at hun har en gjennomsnittlig skatteprosent på 20,3.

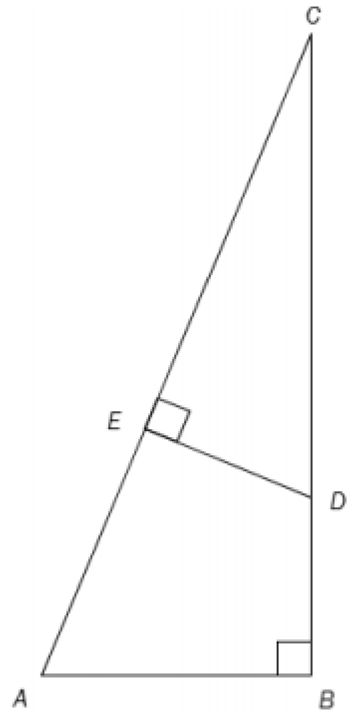
b) Vis hvilke beregninger Sara har gjort. Legg inn formler i de røde cellene i siste rad i regnearket fra oppgave a), slik at du også får med gjennomsnittlig skatteprosent for Vilde og Peder.

	A	B	C	D
1				
2		**Sara**	**Vilde**	**Peder**
3	Antall timer med ordinær timelønn	30	32	28
4	Antall timer med 40 % overtidstillegg	9	7	11
5	Ordinær timelønn	kr 147,00	kr 155,00	kr 152,00
6	Lønn for ordinært arbeid	kr 4 410,00	kr 4 960,00	kr 4 256,00
7	Lønn for overtidsarbeid	kr 1 852,20	kr 1 519,00	kr 2 340,80
8	Bruttolønn	6262,2	6479	6596,8
9	Skattetrekk av ordinær lønn (prosent)	12 %	15 %	10 %
10	Skattetrekk av overtidslønn (prosent)	40 %	40 %	40 %
11	Skattetrekk (kroner)	kr 1 270,08	kr 1 351,60	kr 1 361,92
12	Nettolønn juli	kr 4 992,12	kr 5 127,40	kr 5 234,88
13	Gjennomsnittlig skatteprosent	20,3 %	20,9 %	20,6 %

Med formler

	A	B	C	D
1				
2		**Sara**	**Vilde**	**Peder**
3	Antall timer med ordinær timelønn	30	32	28
4	Antall timer med 40 % overtidstillegg	9	7	11
5	Ordinær timelønn	147	155	152
6	Lønn for ordinært arbeid	=B3*B5	=C3*C5	=D3*D5
7	Lønn for overtidsarbeid	=B4*B5*1,4	=C4*C5*1,4	=D4*D5*1,4
8	Bruttolønn	=B6+B7	=C6+C7	=D6+D7
9	Skattetrekk av ordinær lønn (prosent)	0,12	0,15	0,1
10	Skattetrekk av overtidslønn (prosent)	0,4	0,4	0,4
11	Skattetrekk (kroner)	=(0,12*B6)+(0,4*B7)	=(0,15*C6)+(0,4*C7)	=(0,1*D6)+(0,4*D7)
12	Nettolønn juli	=B8-B11	=C8-C11	=D8-D11
13	Gjennomsnittlig skatteprosent	=B11/B8	=(C11/C8)	=D11/D8
14				
15				

Oppgave 7 (5 poeng)



Gitt ΔABC og ΔCED . Se figuren ovenfor.

$BC = 36$, $AC = 39$ og $CD = 26$.

a) Forklar hvorfor ΔABC og ΔCED er formlike.
De to trekantene har begge en rett vinkel, og de har en felles vinkel *C*. Når to vinkler i trekantene er parvis like store, vil også den tredje vinkelen være lik i de to trekantene. To trekanter med parvis like vinkler er formlike.

b) Bestem lengden av CE.
Forholdet mellom sidene i de to trekantene er like.

$$\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{CE}$$

$$\frac{39}{26} = \frac{36}{CE}$$

$$CE = 24$$

Lengden av CE er 24.

c) Vis at forholdet mellom arealet av ΔABC og arealet av ΔCED er $\frac{9}{4}$.

Vi bruker først Pytagoras for å finne lengden av AB

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$
$$AB^2 = 39^2 - 36^2$$
$$AB = \sqrt{225}$$
$$AB = 15$$

Forholdet mellom trekantene er $\frac{39}{26} = \frac{3}{2} = 1,5$

Vi finner lengden av $ED = \frac{15}{1,5} = 10$

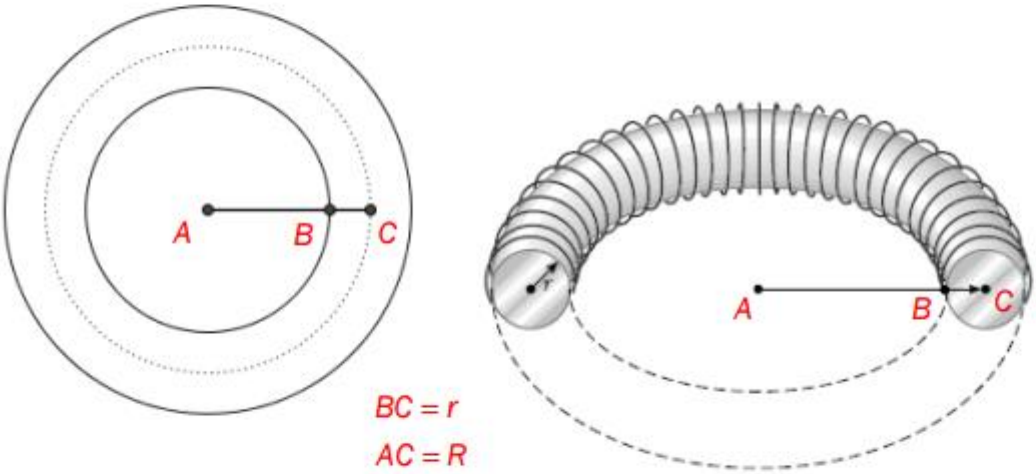
Regner ut arealet av hver av trekantene

$$A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{15 \cdot 36}{2} = 270$$
$$A_{\triangle CDE} = \frac{ED \cdot DE}{2} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120$$

Vi finner at forholdet mellom arealene er

$$\frac{A_{\triangle ABC}}{A_{\triangle CDE}} = \frac{270}{120} = \underline{\underline{\frac{9}{4}}}$$

Oppgave 8 (4 poeng)



Bildet ovenfor viser en torus. Torusen er laget av et aluminiumsrør. Figurene viser tverrsnitt av torusen.

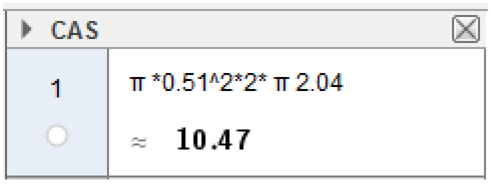
Volumet V av en torus er gitt ved

$$V = \pi r^2 \cdot 2\pi R$$

der $BC = r$ er radius i aluminiumsrøret og $AC = R$ er avstanden fra sentrum i det sirkelformede hullet i midten av torusen til sentrum i aluminiumsrøret.

I en torus er $r = 5{,}1$ cm og $R = 20{,}4$ cm.

a) Bestem volumet av denne torusen. Gi svaret i liter.
Vi setter inn i formelen og bruker i CAS i GeoGebra til å regne ut volumet. Gjør om til dm for å få svaret i dm^3 = L.



Volumet av torusen er 10,47 L.

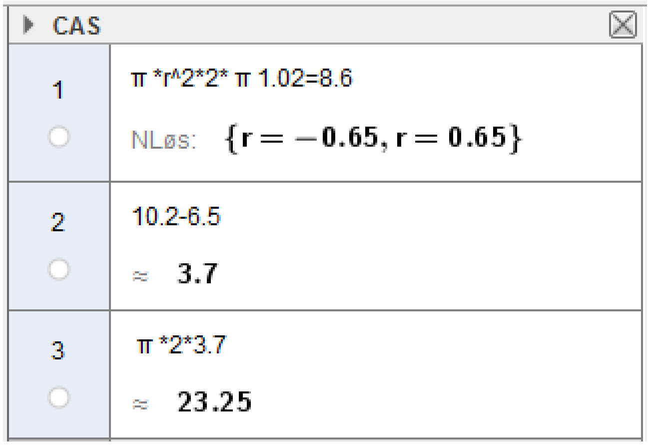
I en annen torus er $R = 10,2$ cm. Torusen har volum $V = 8,6$ L.

b) Bestem omkretsen av sirkelen med radius AB.

Vi løser likningen i CAS i GeoGebra for å finne r. Vi ser bort fra den negative løsningen fordi radiusen ikke kan være mindre enn null. Deretter regner vi omkretsen av sirkelen med radius

$R - r = 10,2 \text{ cm} - 6,5 \text{ cm} = 3,7 \text{ cm}$

Omkretsen av sirkelen er <u>23,25 cm</u>



Bildeliste

Bensintank: http://www.bestmarin.no/ (20.06.2015)
Torus: http://deepfriedneon.com/tesla_f_topload.html (20.06.2015)
http://www.transtutors.com/questions/a-toroid-has-a-major-radius-r-425685.htm
(20.06.2015)
Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger i oppgavene: Utdanningsdirektoratet